



Elektrik Devreleri

Bölüm9

Eşanlı Denklemler

Bölüm 9 daki devre analizi yöntemleri eşanlı (paralel) denklem kullanımını gerektirmektedir.

Eşanlı denklemlerin çözümünü basitleştirmek için, denklemler genelde standart bir biçime (forma) getirilir. İki bilinmeyenli iki denklem için standart form:

$$\begin{array}{l} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 = b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 = b_2 \end{array}$$

katsayılar değişkenler sabitler

The diagram shows two equations in standard form. Arrows point from the labels 'katsayılar' (coefficients) to the $a_{i,j}$ terms, 'değişkenler' (variables) to the x_1 and x_2 terms, and 'sabitler' (constants) to the b_1 and b_2 terms.

Eşanlı Denklemler

Örnek: Bir devre için aşağıdaki denklemler verilmiştir. Denklemleri standart bir forma getiriniz.

$$-10 + 270I_A + 1000(I_A - I_B) = 0$$

$$1000(I_B - I_A) + 680I_B + 6 = 0$$

Çözüm: Değişkenleri ve katsayılarını bir hizaya (sıraya) getirerek ve sabitleri de sağ tarafa atarak denklemleri yeniden düzenleyiniz.

$$1270I_A - 1000I_B = 10$$

$$-1000I_A + 1680I_B = -6$$

Eşanlı Denklemlerin Çözümü

Eşanlı denklemleri çözmek için yaklaşımlar

- Cebirsel yerine koyma
- Determinant metodu
- Bir hesap makinesi kullanarak

Eşanlı Denklemlerin Çözümü

Örnek: Yerine koyma yöntemiyle I_A yı bulunuz.

$$1270I_A - 1000I_B = 10$$

$$-1000I_A + 1680I_B = -6$$

Çözüm: İlk denklemden I_B elde edilirse:

$$I_B = 1.270I_A - 0.010$$

İkinci denklemden I_B için bulunan ifade yazılırsa:

$$-1000I_A + 1680(1.270I_A - 0.010) = -6$$

Denklem yeniden düzenlenir ve I_A için çözülürse:

$$1134I_A = 10.8 \quad I_A = 9.53 \text{ mA}$$

Eşanlı Denklemlerin Çözümü

Bir önceki örnekte I_B bulunmak istenirse, ilk denkleme I_A nın bulunan değeri yerleştirilir ve I_B için çözümlenir. Böylece,

$$1270I_A - 1000I_B = 10$$

$$1270(9.53 \text{ mA}) - 1000I_B = 10$$

$$I_B = 2.10 \text{ mA}$$

Eşanlı Denklemlerin Çözümü

Bilinmeyenleri bulmak için diğer bir yaklaşım olan **determinantlar** yönteminde, ilk önce bilinmeyenlerin katsayılarından karakteristik determinant elde edilir.

Örnek:

Denklemler için karakteristik determinantı yazınız ve determinantın değerini hesaplayınız.

$$1270I_A - 1000I_B = 10$$

$$-1000I_A + 1680I_B = -6$$

Çözüm:

$$\begin{pmatrix} 1270 & -1000 \\ -1000 & 1680 \end{pmatrix} = 1.134$$

Eşanlı Denklemlerin Çözümü

Determinantlarla bilinmeyeni bulmak için, bilinmeyen değişkenlerden biri için, katsayılarının yerine sabitleri yerleştirerek determinanı yeniden oluşturunuz. Daha sonra da ilgili determinanı karakteristik determinanta bölünüz.

Bilinmeyen
değişken

$$x_1 = \frac{\begin{pmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}}$$

Karakteristik
determinant

Sabitler

x_2 için çözülürse:

$$x_2 = \frac{\begin{pmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}}$$

Eşanlı Denklemlerin Çözümü

Örnek: Bir önceki denklemi determinantları kullanarak çözüyoruz: $1270I_A - 1000I_B = 10$
 $-1000I_A + 1680I_B = -6$

Çözüm:

$$I_A = \frac{\begin{pmatrix} 10 & -1000 \\ -6 & 1680 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1270 & -1000 \\ -1000 & 1680 \end{pmatrix}} = 9.53 \text{ mA}$$

$$I_B = \frac{\begin{pmatrix} 1270 & 10 \\ -1000 & -6 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1270 & -1000 \\ -1000 & 1680 \end{pmatrix}} = 2.10 \text{ mA}$$

Eşanlı Denklemlerin Çözümü

Birçok bilimsel hesap makinesi, denklem takımlarının girilmesine ve “otomatik olarak” denklem çözümlerinin yapılmasına olanak sağlar. **Hesap makinesi yöntemi** makineden makineye farklılıklar gösterebilir, ama ilk önce denklemleri standart bir formda yazmak gerekir, daha sonra denklem sayısı, katsayılar ve sabitler girilir. *Çöz (Solve)* tuşuna tıklanarak bilinmeyenlerin değerleri ekranda gösterilir.

$$a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 = b_1$$

$$a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 = b_2$$

Kol akımı yöntemi

Kol akımı yönteminde, eşanlı denklemler kullanarak devredeki akımları bulabilirsiniz.

Adımlar:

1. Her bir kolda gelişigüzel bir yönde akım ataması yapınız.
2. Atanan yönlere göre polariteleri (kutuplukları) [+] gösteriniz (belirleyiniz).
3. Her kapalı göze KVL yi uygulayınız.
4. İlişkili bütün kollara KCL yi uygulayınız.
5. Adım 3 ve 4 ten itibaren denklemleri çözünüz.

Bölüm 9

Özet

Kol akımı yöntemi

Örnek:

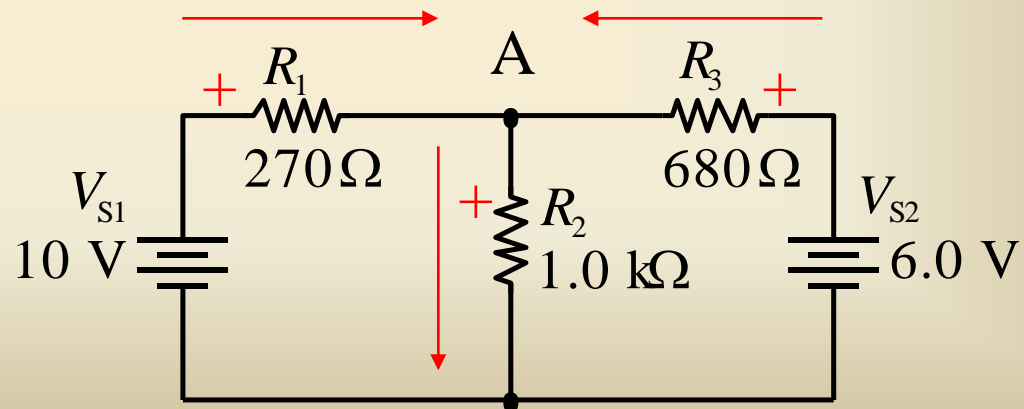
5. Adım 3 ve 4 ten itibaren denklemleri çözünüz.
(bir sonraki slayda bakın).

$$0.270I_1 + 1.0I_2 - 10 = 0$$

$$-1.0I_2 - 0.68I_3 + 6.0 = 0$$

Çözüm:

$$I_1 + I_3 = I_2$$



Kol akımı yöntemi

Çözüm:

Standart formda, denklemler

(Devam)

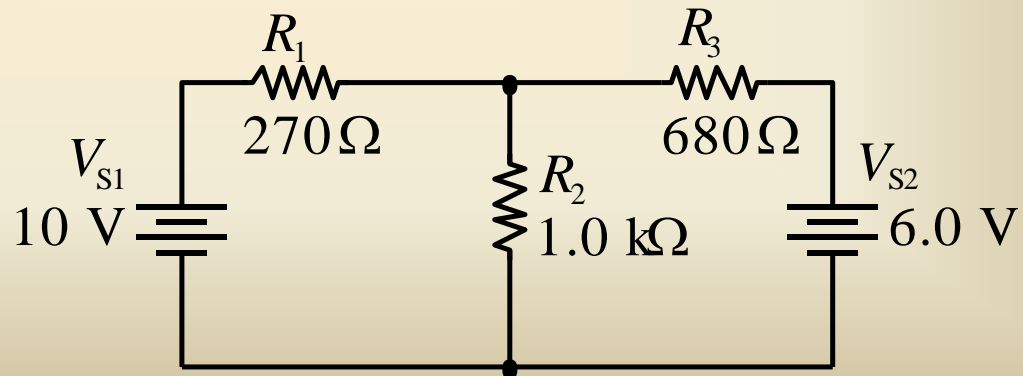
$$0.270I_1 + 1.0I_2 + 0 = 10$$

$$0 - 1.0I_2 - 0.68I_3 = -6.0$$

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

Çözüm: $I_1 = 9.53 \text{ mA}$, $I_2 = 7.43 \text{ mA}$, $I_3 = -2.10 \text{ mA}$

I_3 için negatif sonuç, gerçek akım yönünün varsayılan yönün tersinde olduğunu belirtmektedir.



Göz akımları yöntemi

Göz akımları yönteminde, eşanlı denklemler kullanarak devredeki akımları bulabilirsiniz.

Adımlar:

1. Gelişigüzel yönde gerekli her bir gözde bir akım ataması yapınız.
2. Her bir gözde atanan akım yönlerine göre polariteleri gösteriniz.
3. Her bir kapalı göze KVL yi uygulayınız.
4. Döngü akımları için ortaya çıkan denklemleri çözünüz.

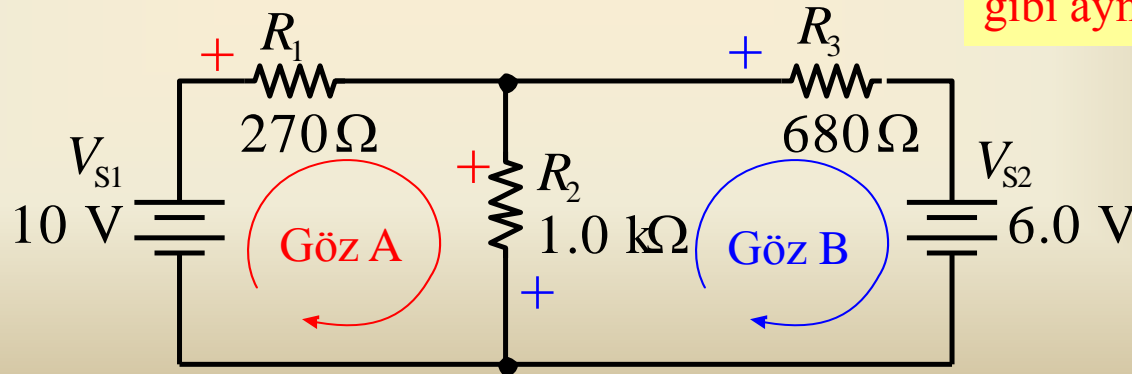
Göz akımları yöntemi

Örnek: 4. Göz akımları için ortaya çıkan denklemleri çözünüz (bir sonraki slayda bakınız).

Çözüm:

$$-10 + 0.270I_A + 1.0(I_A - I_B) = 0$$
$$1.0(I_B - I_A) + 0.68I_B + 6.0 = 0$$

B gözüne bağlı R_3 ün polaritesine dikkat ediniz .
Kol akımı yöntemindeki gibi aynı değildir.



Göz akımları yöntemi

Çözüm:

(Devam)

Göz denklemlerini standart biçime dönüştürünüz:

$$1.270I_A - 1.0I_B = 10$$

$$-1.0I_A + 1.68I_B = -6.0$$

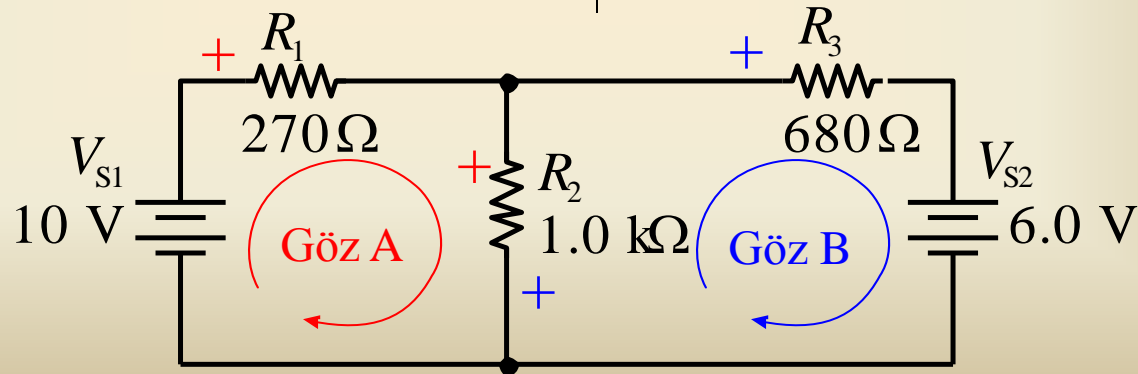
$$I_A = 9.53 \text{ mA}$$

$$I_B = 2.10 \text{ mA}$$

$$I_1 = I_A = 9.53 \text{ mA}$$

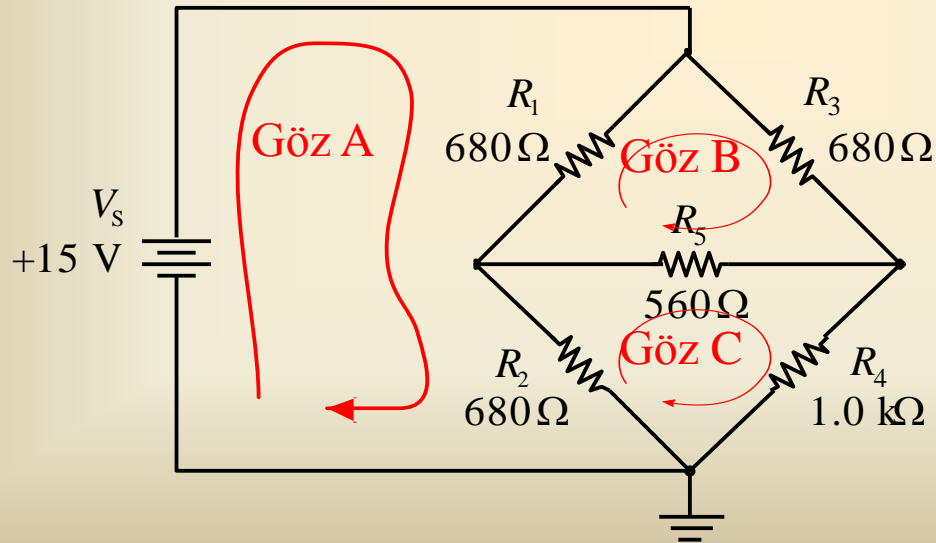
$$I_2 = I_A - I_B = 7.43 \text{ mA}$$

$$I_3 = I_B = 2.10 \text{ mA}$$



İkiden daha fazla gözlü devrelere göz akımları yöntemini uygulama

Göz akımları yöntemi, Wheatstone köprüsü gibi daha karmaşık devrelere de uygulanabilir. Daha önce gösterildiği gibi adımlar aynıdır.

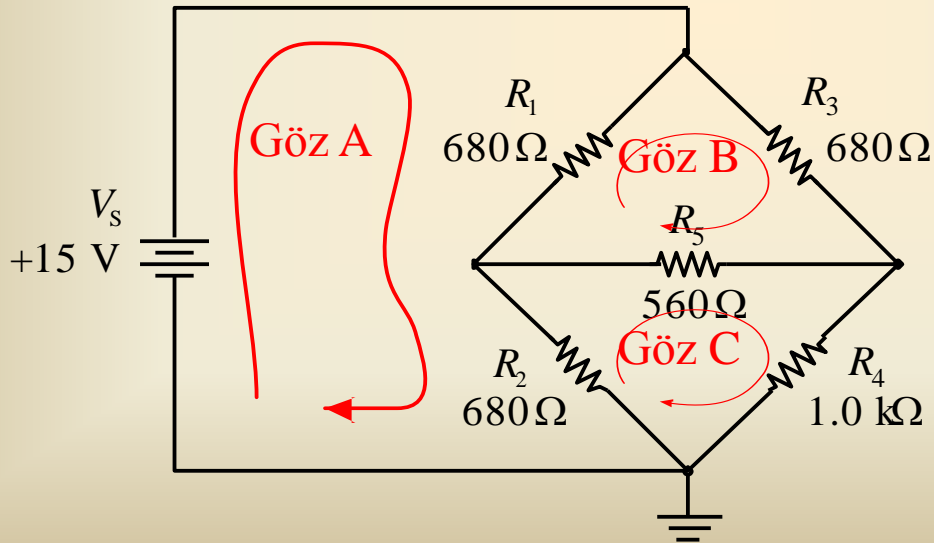


Wheatstone köprüsü için göz yönteminin avantajı, yalnızca 3 bilinmeyen olmasıdır.

Örnek:

Wheatstone köprüsünde, Göz A için göz akımları denklemini yazınız:

$$-15 + 0.68(I_A - I_B) + 0.68(I_A - I_C) = 0$$



Düğüm gerilimleri yöntemi

Düğüm gerilimleri yönteminde, KCL yi kullanarak bir devredeki bilinmeyen gerilimleri bulabilirsiniz.

Adımlar:

1. Düğüm sayılarını belirleyiniz.
2. Bir düğümü referans olarak seçiniz. Referansa göre, her bir bilinmeyen düğüme gerilim atamalarını yapınız.
3. Referans düğümü hariç, her bir düğüme gelen ve düğümden çıkan akımları atayınız.
4. Akım atanan her bir düğüme KCL yi uygulayınız.
5. Gerilimlere bağlı olarak akım denklemlerini yazınız ve Ohm kanunu kullanarak bilinmeyen gerilimleri hesaplayınız.

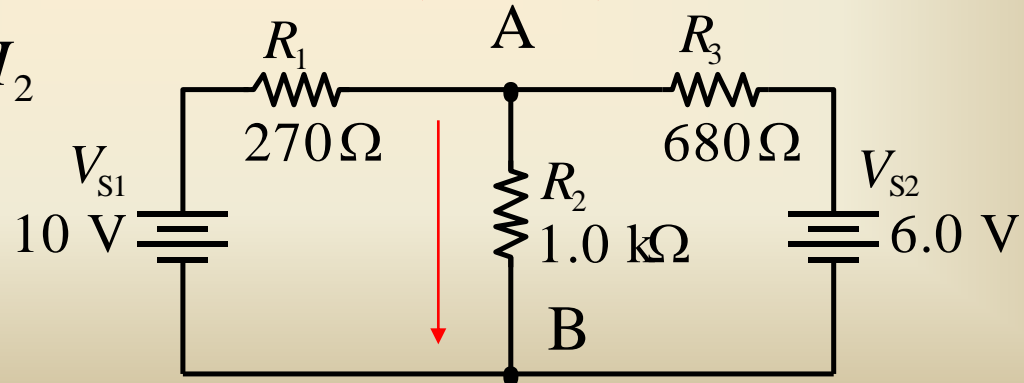
Düğüm gerilimleri yöntemi

Örnek: Bir önceki problemi düğüm gerilimleri yöntemini kullanarak çözünüz.

Çözüm: 5. Gerilimlere bağlı olarak KCL yi uygulayınız (sonraki slayt).

$$I_1 = \frac{V_{S1} - V_A}{R_1} \quad I_2 = \frac{V_A}{R_2} \quad I_3 = \frac{V_{S2} - V_A}{R_3}$$

$$I_1 + I_3 = I_2$$



Düğüm gerilimleri yöntemi

Çözüm:

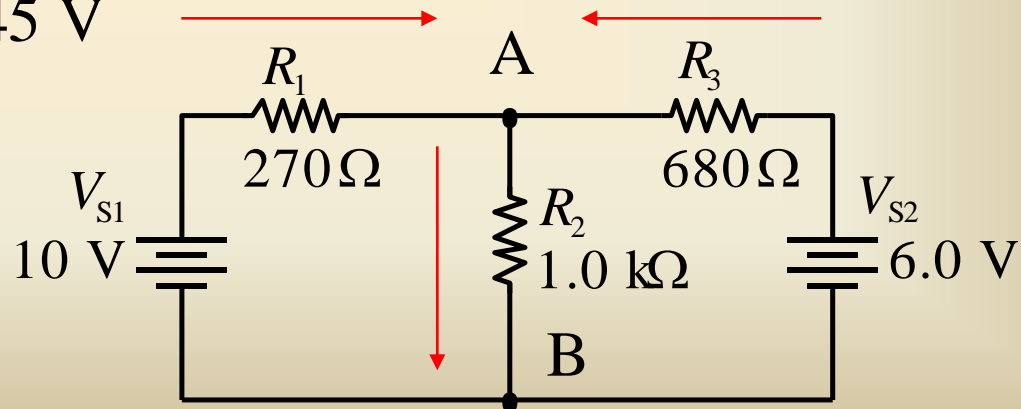
(Devam)

$$\frac{V_{S1} - V_A}{R_1} + \frac{V_{S2} - V_A}{R_3} = \frac{V_A}{R_2}$$

$$\frac{10 - V_A}{0.27} + \frac{6.0 - V_A}{0.68} = \frac{V_A}{1.0}$$

$$0.68(10 - V_A) + 0.27(6.0 - V_A) = 0.183V_A$$

$$V_A = 7.45 \text{ V}$$



Kol İki düğümü birleştiren bir tane akım yolu.

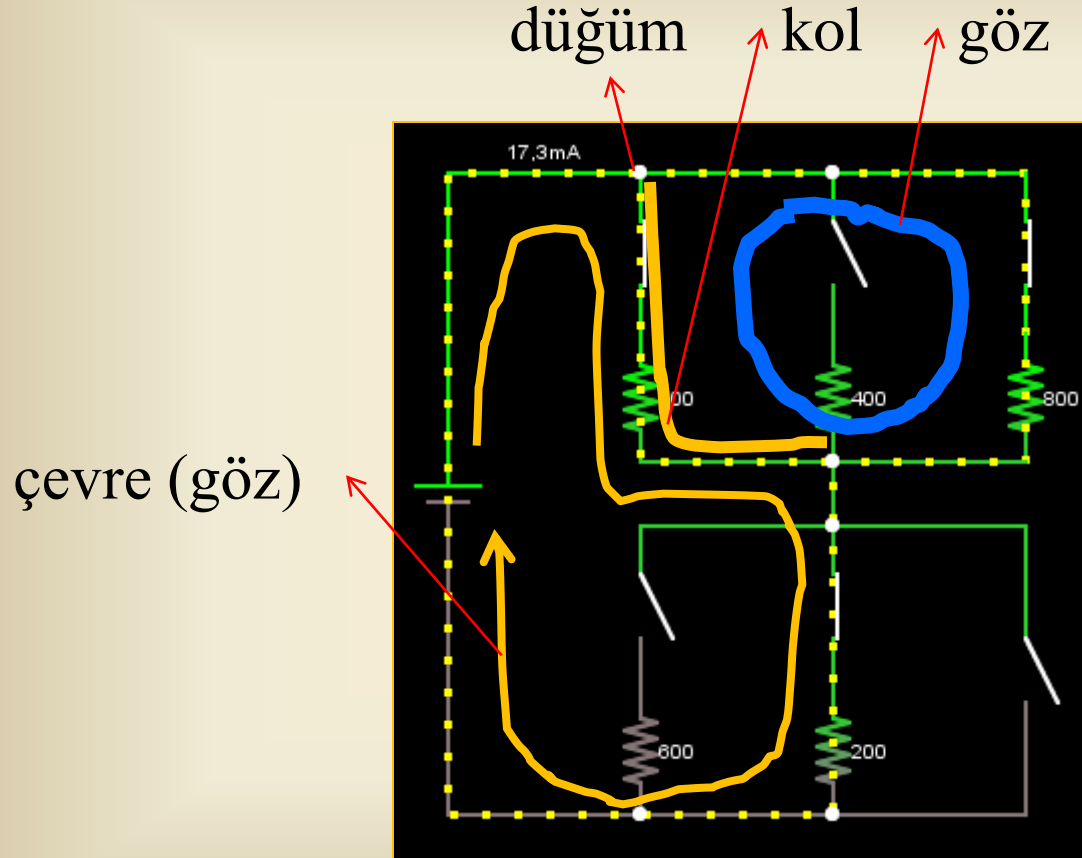
Determinant Eşanlı denklemler takımını için sabit ve katsayı dizilerinden oluşan bir matrisin çözümü.

Çevre (Göz) Bir devredeki kapalı akım yolu.

Matris İki boyutlu sayılar dizisi.

Düğüm İki veya daha fazla elemanın bağlantı noktası.

Eşanlı denklemler n tane bilinmeyenli n tane denklem takımını, burada n , 2 veya daha fazla değere sahip bir sayı



Gözün çevreden farkı, gerekli en küçük kapalı yol olmasıdır.

<http://www.falstad.com/circuit/index.html>

1. Eşanlı bir denklem takımında, $a_{1,2}$ katsayısı
 - a. ilk denklemde yer alır.
 - b. ikinci denklemde yer alır.
 - c. her ikisinde de yer alır.
 - d. hiçbirinde yer almaz.

2. Standart biçimde, eşanlı denklem takımlarındaki sabitler
 - a. ilk değişkenin önünde yer alır.
 - b. ikinci değişkenin önünde yer alır.
 - c. denklemin sağ tarafında yer alır.
 - d. hepsi.

3. Eşanlı denklemleri **çözmek** için, bağımsız denklemlerin minimum sayısı en azından
- a. iki tane olmalıdır.
 - b. üç tane olmalıdır.
 - c. dört tane olmalıdır.
 - d. bilinmeyenlerin sayısına eşit olmalıdır.

4. $a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 = b_1$, denkleminde, b_1 niceliği neyi temsil eder?
- a. sabiti
 - b. katsayıyı
 - c. değişkeni
 - d. hiçbirini

5. $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$ determinantın değeri aşağıdakilerden hangisidir?
- a. 4
 - b. 14
 - c. 24
 - d. 34

6. Eşanlı denklem takımını için **karakteristik determinant** nelerden elde edilir?
- a. Denklemlerdeki yalnızca sabitlerden
 - b. Denklemlerdeki yalnızca katsayılardan
 - c. Denklemlerdeki katsayı ve sabitlerden
 - d. Hiçbiri

7. Kol akımı yönteminde **akımının negatif değerli** elde edilmesinin anlamı nedir?
- Açık bir yol vardır.
 - Kısa devre vardır.
 - Sonuç doğru değildir.
 - Akım varsayılan(seçilen) yönün tersi yönündedir.

8. Göz akımı yöntemini kullanarak bir devreyi çözmek için, her bir göz için ilk önce hangi denklemler yazılır?
- a. KCL (K. un akım yasası)
 - b. KVL (K. un gerilim yasası)
 - c. Ohm kanunu
 - d. Thevenin teoremi

9. Wheatstone köprüsü göz denklemleri kullanılarak çözülebilir. Gerekli minimum göz denklemlerinin sayısı
- a. birdir.
 - b. ikidir.
 - c. üçtür.
 - d. dördtür.

10. Düğüm gerilimleri yönteminde, ilk adımda elde edilen denklemler
- a. KCL dir.
 - b. KVL dir.
 - c. Ohm kanunudur.
 - d. Thevenin teoremidir.

Cevap:

- | | |
|------|-------|
| 1. a | 6. b |
| 2. c | 7. d |
| 3. d | 8. b |
| 4. a | 9. c |
| 5. b | 10. a |